莊氏算學

二

詳校官欽天監博士臣古之雄

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

欽定四庫全書

莊氏算學卷三

淮徐海道莊亨陽撰

勾股測量

立表杆測法

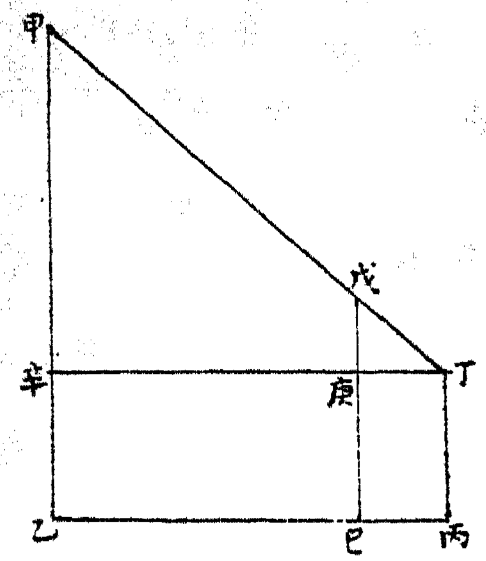
凡立表杆必用垂線取直並量所立地距人立尺寸以取準

測高

設有一旗杆距人立處三丈欲知其高立表杆測之

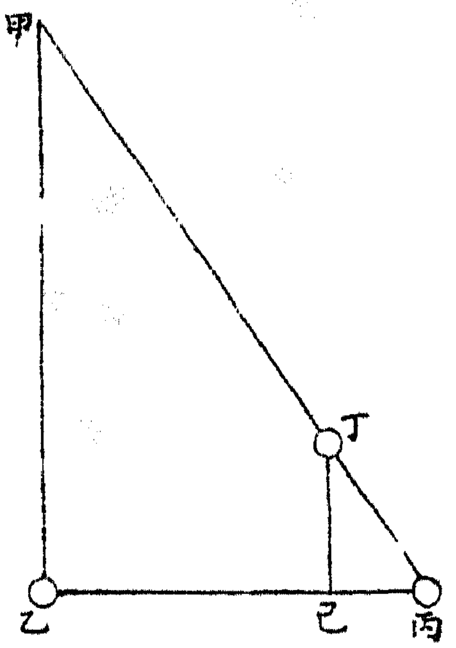
法以距旗杆三丈處立一表杆高四尺如圖丁丙向前又立一表杆高八尺如圖戊己看兩表端與旗杆頂齊如圖甲丁量兩

表間相距五尺如圖丁庚乃以五尺為一率前表八尺內減後表四尺餘四尺如圖戊庚為二率距旗杆三丈如圖丁辛為三率求得四率二丈四尺如圖甲辛加入後表四尺得二丈八尺如圖甲乙即旗杆之高也



測遠設有一樹欲知其遠用表杆測之

法先立一表杆對樹如圖甲乙次于表杆處取直角橫量十五丈立一表杆如丙再依次表立一表杆對樹參直如丁乃於丁表處作垂線至丙乙線界如圖丁己量得五丈復量丙



己度得三丈爰以三丈為一率五丈為二率十五丈為丙乙三率求得四率二十五丈如圖甲乙即樹之遠也

比例比例者以原有之兩數為例以今有之一數與之比較而得所求之數也凡比例皆列四率以二率三率相乘以一率歸除得四率為所求

正比例一名異乘同除

法以原有之兩數為一率二率今有之一數為三率得四率為所求凡一率與三率為類二率與四率為類設如每三人賞銀一兩八錢今應賞二百四十人共該銀

若干　法以原有之三人為一率一兩八錢為二率今有之二百四十人為三率求得四率一百四十四兩即賞銀總數

轉比例 一名同乘異除

法以今有之一數為一率原有之兩數為二率三率得四率為所求假如有田一畝原濶八步長三十步今要濶十二步該長若干　法以今濶十二步為一率原長三十步為二率原濶八步為三率求得四率二十步即

令所求之長數蓋乘除之數遞增遞減者為正比例總數相同分者多則得數轉少分者少則得數轉多為轉比例

正比例帶分

設如每銅二斤六兩換錫三斤九兩今有銅七斤十二兩該換錫若干

法以原銅二斤六兩通為三十八兩為一率原錫三斤九兩通為五十七兩為二率今銅七斤十二兩通為一百二十四兩為三率求得四率一百八十六兩即今所換錫

數以每十六兩爲一斤除之得十一斤零十兩

轉比例帶分

設如營造每日用五十六人計一月又九分月之三可以完工今每日用六十四人完工該幾何日

法以今用六十四人爲一率因分母爲九即命一月加爲九分也入分子三共十二爲二率原用五十六人爲三率求得四率十分半滿分母九分收爲一月餘一分半即命爲一月又九分月之一分半爲完工之日數若欲知一分

半之日數則以九分為一率以一月通為三十日為二率以一分半為三率求得四率五日是為分子日數

合率比例 係合兩比例或合三比例用一次除乘而得

設如以夏布換綿布但知每夏布三丈價銀二錢每綿布七丈價銀七錢五分今有夏布四十五丈應換綿布若干

法以夏布三丈與綿布價銀七錢五分相乘得二兩二錢五分為一率夏布價銀二錢與綿布七丈相乘得一

兩四錢為二率夏布四十五丈為三率求得四率二十八丈即夏布四十五丈所換綿布之數此兩比例合為一比例法如分兩比例算之則先以夏布三丈為一率價銀二錢為二率今夏布四十五丈為三率求得四率為價銀三兩即夏布四十五丈所值銀數再以綿布價銀七錢五分為一率綿布七丈為二率夏布所值銀三兩為三率求得四率二十八丈即為夏布所換綿布之數

設如原有鵝八隻換雞二十隻雞三十隻換鴨九十

隻鴨六十隻換羊二隻今有羊五隻問換鵞幾何

法以羊二隻與所換鴨九十隻相乘得一百八十隻再以所換鷄二十隻乘之得三千六百隻為一率以原鴨六十隻與原雞三十隻相乘得一千八百隻再以原鵞八隻乘之得一萬四千四百隻為二率今羊五隻為三率求得四率二十隻即羊五隻所換鵞數此三比例合為一比

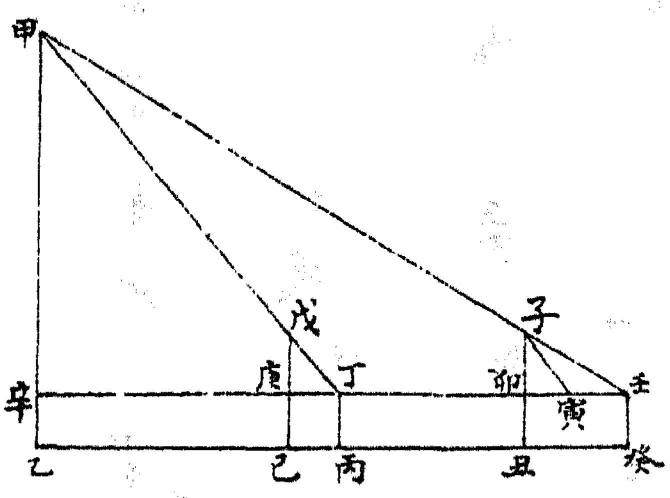
例法 如欲分三比例算之則先求羊五隻所換鴨數以羊二隻為一率鴨六十隻為二率今羊五隻為三率求得

四率得鴨一百五十隻即羊五隻所換鴨數次求鴨一百五十隻所換雞數以鴨九十隻為一率雞三十隻為二率今羊五隻所值之鴨一百五十隻為三率求得四率得雞五十隻即羊五隻所值雞數然後求雞五十隻所換鵞數以雞二十隻為一率鵞八隻為二率今羊五隻所值之雞五十隻為三率求得四率得鵞二十隻即羊五隻所換鵞數也

測高 設有一旗杆不知其遠今欲求其高用表杆兩測求之

法先立一表杆高四尺（如圖丁丙）向前又立一表杆高八尺（如圖戊己）看兩表端與旗杆頂齊（如圖甲丁）量兩表間相距五尺（如圖丁庚）記之再退後三丈對準前表立一表杆高四尺（如圖壬癸）向前又立一表杆高八尺（如圖子丑）看兩表端與旗杆頂齊（如圖甲壬）量兩表間相距一丈（如圖壬卯）乃以再測之距度一丈與先測之距度五尺相減餘五尺（如圖壬寅）為一率前表八尺與後表四尺相減餘四尺（如圖子卯）為二率先測與再測相距之三丈（如圖壬丁）為三率求得四率二丈四尺（如圖甲辛）加

入後表高四尺得二丈八尺如圖甲乙即旗杆之高如欲求其遠則以再測之距度一丈與先測之距度五尺相減餘五尺如圖壬寅為一率再測之距度一丈如圖壬卯



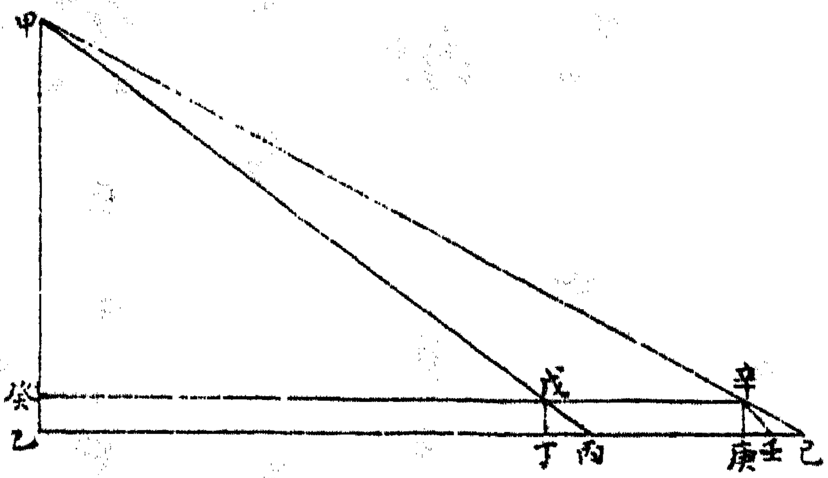
為二率兩測相距之三丈如圖壬丁為三率求得四率六丈如圖

壬辛即旗杆距退後表杆之遠

又法設塔一座欲知其高用相等兩表測之

法先立一表杆比人目高四尺人離表杆六尺看塔頂與表端齊又自前表退後六丈復立一表杆亦比人目高四尺人離表杆八尺看塔頂與表端齊乃以前表距分六尺與後表距分八尺相減餘二尺如圖己壬為一率表比人目高四尺如圖辛庚為二率兩表相距六丈如圖辛戊為三率

求得四率十二丈如圖甲癸加表比人目高四尺如圖癸乙共十二丈四尺如圖甲乙即人目以上之高再加人目距地之尺寸即塔頂距地平之高如求塔距前表之遠則以兩表



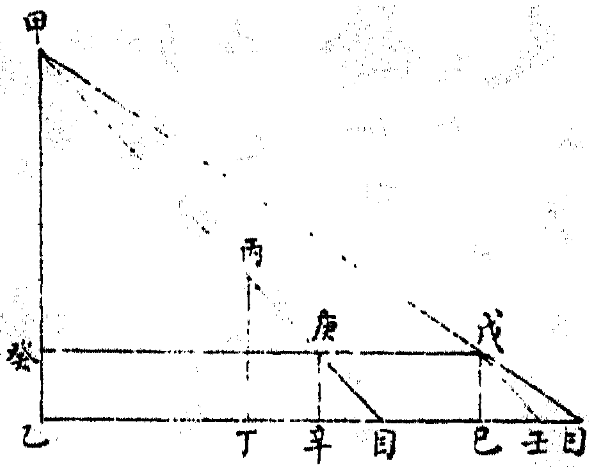
距分相減之二尺（如圖己壬）為一率前表距分六尺（如圖丙丁）為二率兩表相距之六尺（如圖辛戊）為三率求得四率十八丈（如圖戊癸）即塔距前表之遠再加六丈即塔距後表之遠

又法設樓一座欲知其高以不等兩表測之

法先立一長表比人目高六尺人離表五尺四寸看樓脊與表端齊又退後二丈立一短表比人目高四尺人離表六尺四寸看樓脊與表端齊乃以前表比人目高六尺（如圖丙丁）為一率前表距分五尺四寸（如圖目丁）為二率後

表比人目高四尺（如圖戊己與庚辛同）為三率求得四率三尺六寸（如圖目辛）為前表與後表同高所得之距分（庚目辛勾股形與戊壬己勾股形同）爰以三尺六寸（如圖目辛與壬己同）與後表距分六尺四寸（如圖目己）相減餘二尺八寸（如圖目壬）為一率後表比人目高四尺（如圖戊己）為二率前表距分五尺四寸（如圖目丁）內減三尺六寸餘一尺八寸（如圖辛丁）與兩表相距之二丈（如圖己丁）相減餘一丈八尺二寸（如圖戊庚）為三率求得四率二丈六尺（如圖甲癸）加表比人目之高四尺（如圖癸乙）共得三丈（如圖甲乙）即人目以

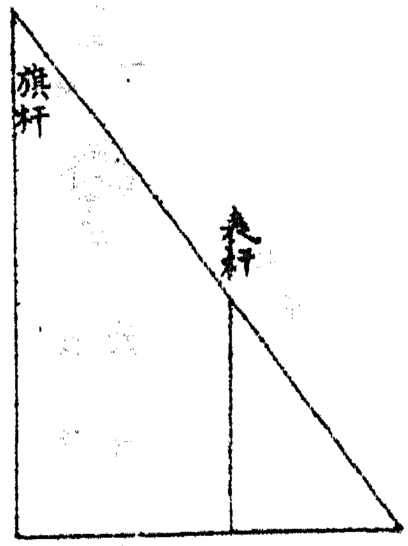
上之高再加人目距地尺寸即樓脊距地之高



又日景測高設一旗杆量日景長十丈問高幾何

法于同時立一表杆高四尺量表景長二尺乃以表景二尺為一率表高四尺為二率旗杆之景一丈為三率

求得四率二丈即旗杆之高



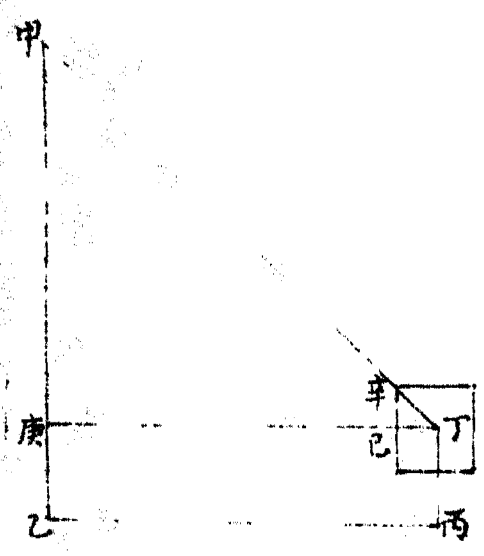
矩度測量

矩度之制必用正方每邊定一百分或二百分橫豎俱界線畫成小方分對中心所出線兩邊安表取中心安遊表定準墜線以成勾股

測高

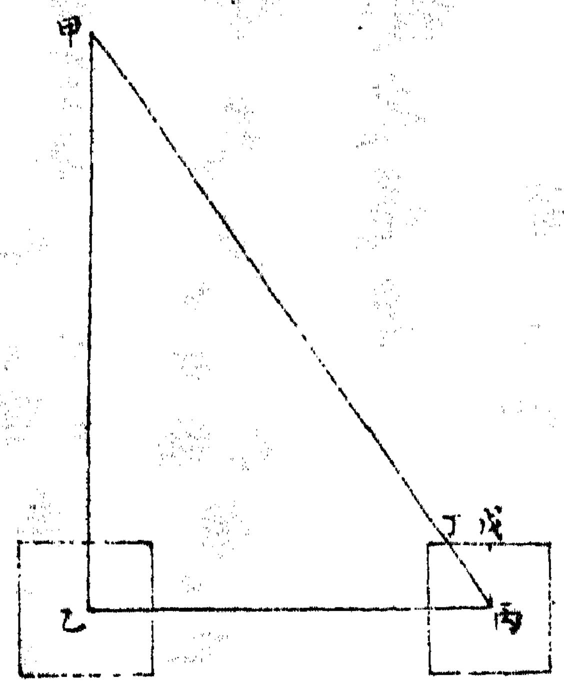
設有一旗杆距人立處三丈欲測其高幾何

法用矩度以定表看地平遊表看旗杆頂得距地平分四十分（此矩度係界畫為一百分自中心平分半矩為五十分）乃以半矩五十分（如圖丁己）為一率所得距分四十分（如圖辛己）為二率距旗杆三丈（如圖丁庚）為三率求得四率二丈四尺（如圖甲庚）即矩度中心所對地平至旗杆頂之高再加矩度中心距地（如圖庚乙）即所求旗杆之高也



測遠設有一樹欲求其遠用矩度測之

法須平安矩度以定表與遊表定準正方直角定表對樹隨遊表所指立表杆二三處橫量十五丈復安矩度定表對表杆遊表對樹得矩中心距分三十分乃以距



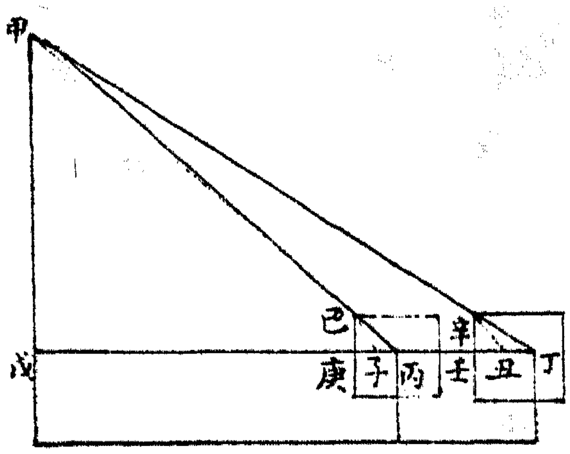
分三十分如圖戊丁為一率半矩五十分如圖戊丙為二率橫量十五丈如圖丙乙為三率求得四率二十五丈如圖甲乙即所求樹之遠也

重矩測高設山一座欲知其高以重矩測之

法用矩度以定表看地平遊表看山頂得距地平分四十分又向後量九丈復安矩度以定表仍看前矩定表所看原處遊表看山頂得距地平分三十二分乃以前矩距分四十分如圖己庚為一率半矩五十分如圖丙庚為二率

後矩距分三十二分（如圖辛壬）為三率求得四率四十分（如圖丙子）乃以後矩之半矩五十分與四十分相減（後矩之辛壬丑勾股形與前矩之癸子丙勾股形相同）餘十分（如圖丁丑）為一率後矩距分三十二分（如圖辛壬）為二率兩矩相距九丈（如圖丁丙）為三率求得四率二十八丈八尺（如圖甲戌）即矩度中心所對地平至山頂之高再加矩度中心矩即所求山之高　若求山距後矩之遠則以相距矩分相減之十分（如圖丁丑）為一率半矩五十分（如圖丁壬）為二率兩矩相距之九丈（如圖丁丙）為三率求

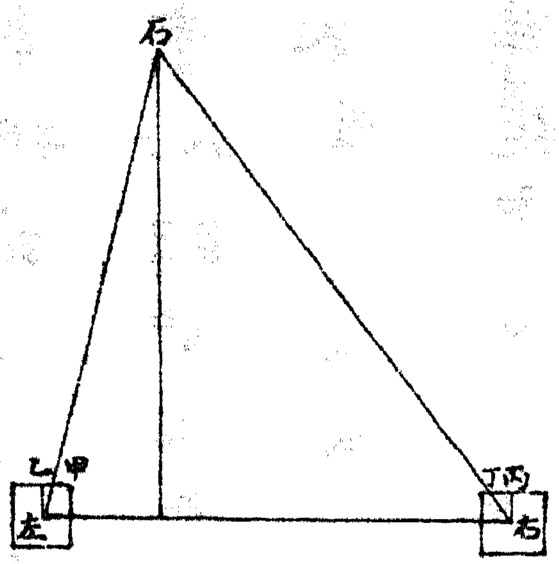
得四率四十五丈如圖丁戊即後矩距山之遠減兩矩相距九丈即前矩距山之遠



又法設有一石欲知其遠不取直角于左右兩處測之

法先平安矩度于右以定表對左矩中心遊表看石得距中心距分三十七分五釐其遊表之斜矩分為六十二分五釐次安矩度于左以定表對右矩中心遊表看石得距中心距分十一分二釐五毫其遊表之斜距分為五十一分二釐五毫橫量兩矩相距三十九丈乃以兩矩中心距分相併得四十八分七釐五毫如圖甲乙與丙丁兩勾股相併為一率右矩遊表之斜距分六十二分五釐如圖右丁為二率橫量三十九丈如圖右左為三率求得四率五十丈

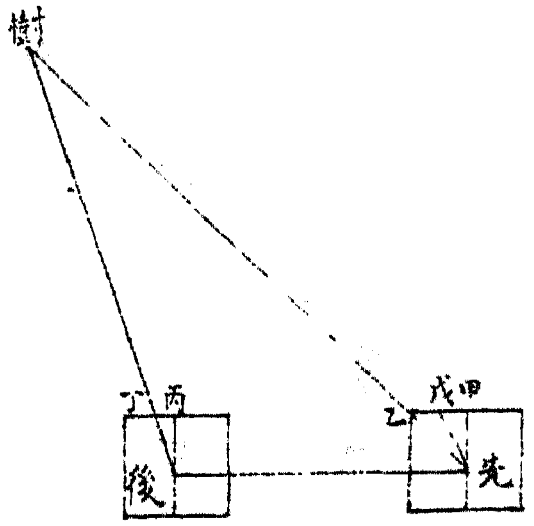
如圖石右即右矩距石之遠如求左矩距石則仍以四十八分七釐五毫為一率以左矩遊表之斜距分五十一分二釐五毫如圖甲左為二率仍以三十九丈為三率求得四率四十一丈如圖石左即左矩距石之遠也



又法設隔河一樹欲知其遠不能定直角斜對樹兩測求之

法先平安矩度于一處復隨定表所指橫量十七丈安一矩度如止用一矩度則記準一處亦可以先安矩度定表看後安矩度中心遊表看樹得距矩度中心距分四十九分其遊表之斜距分為七十分次以後安矩度定表看先安矩度中心遊表看樹得距矩度中心距分十五分其遊表之斜距分為五十二分二釐乃以先安矩度之中心距

分四十九分與後安矩度之中心距分十五分相減為三十四分如圖戊乙為一率先安矩度遊表之斜距分七十分如圖乙先為二率橫量十七丈如圖先後為三率求得四率三十五丈如圖樹先即先安矩度距樹之遠如求後安矩度距樹則仍以三十四分為一率以後安矩度遊表之斜距分五十二分二釐如圖丁後與戊先等為二率仍以十七丈為三率求得四率二十六丈一尺如圖樹後即後安矩度距樹之遠



尖圓體

圓底尖堆得長圓體三分之一倚壁尖堆二分之一內角堆得圓底尖堆四分之一外角堆得圓底尖堆四分之三

圓底尖堆設積米一堆高五尺底周一十四尺問該米數幾何

法以底周十四尺用圓周求面積法求得圓面積一十五尺五十九寸七十一分八十四釐一十二毫有餘為尖圓堆之底面積再與高五尺相乘得七十七尺九百八十五寸九百二十分六百釐有餘為長圓體積三歸之得二十五尺九百九十五寸三百零六分八百二十釐有餘為圓底尖堆之積數然後以石率二千五百寸除之得米一十石零三升九合八勺有餘即所求圓底尖堆之米數

倚壁尖堆設倚壁積米一堆高四尺底周六尺該米

幾何

法以底周六尺（此全圓周之半）倍之得一十二尺為全周乃用圓周求面積法求得圓面積一十一尺四十五寸九十一分五十五釐有餘（為全圓面積）折半得五尺七十二寸九十五分七十七釐有餘為倚壁尖堆之底面積再以高四尺乘之得二十二尺九百一十八寸三百零八分有餘（為半周長圓體積）三歸之得七尺六百三十九寸四百三十

六分有餘為倚壁尖堆之積數然後以石率二千五百寸除之得三石零五升五合七勺有餘即所求倚壁尖堆之米數

倚壁內角堆設倚壁內角積米一堆高五尺周一十二尺該米幾何

法以周一十二尺此全圓周四分之一四因之得四十八尺為全周乃用圓周求面積法求得圓面積一百八十三尺三十四寸六十四分九十釐有餘此全圓面積四歸之得四十

五尺八十三寸六十六分二十二釐有餘為倚壁內角準之底面積再與高五尺相乘得二百二十九尺一百八十三寸一百一十分（為長圓一角之體積）三歸之得七十六尺三百九十四寸三百七十分為倚壁內角堆之積數然後以石率除之得三十石零五斗五升七合有餘即所求倚壁內角堆之米數

倚壁外角堆設倚壁外角積米一堆高六尺底周三十三尺該米幾何

法以周三十三尺此全圓周四分之三三歸四因得四十四尺為全周乃用圓周求面積法求得圓面積一百五十四尺六寸一十九分八十一釐九十二毫有餘四歸三因得一百一十五尺五十四寸六十四分八十六釐四十四毫有餘為倚壁外堆之底面積再以高六尺乘之得六百九十三尺二百七十八寸九百一十八分六百四十釐有餘三歸之得二百三十一尺九十二寸九百七十二分八百八十釐有餘為倚壁外角堆之積數然後以

石率除之得九十二石三升七合有餘即所求倚壁外角堆之米數

截積

正方形從一邊截積設正方積二百二十五尺今欲于一邊截積四十五尺問截濶幾何

法以總積二百二十五尺開平方得十五尺為正方邊以十五尺除截積四十五尺得三尺即截積之濶于十五尺内減三尺餘十二尺即截剩餘積之濶也

正方形從兩邊截積設正方積三百六十一尺令欲截積一百六十五尺餘積仍為正方形問應得邊數幾何

法以總積三百六十一尺與截積一百六十五尺相減餘一百九十六尺開平方得一十四尺即截積所除之正方邊

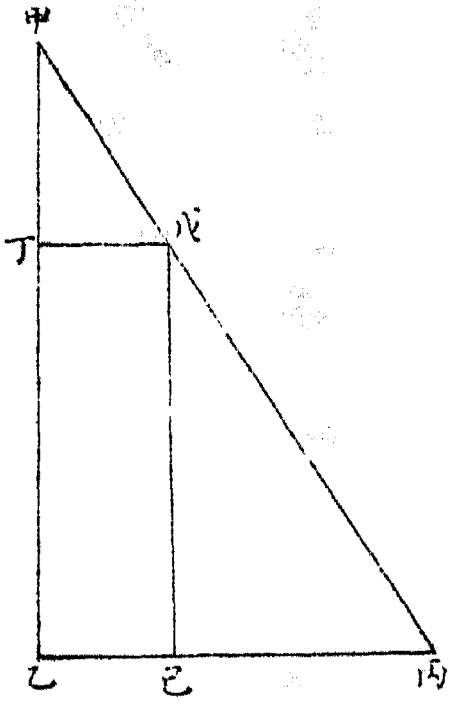
長方形截積設長方形一萬九千二百尺長比濶多四十尺令減積二千八百八十尺問餘積長濶

各幾何

法以總積一萬九千二百尺用帶縱平方得長一百六十尺濶一百二十尺今如欲截濶則以長一百六十尺除截積二千二百八十尺得十八尺為截積之濶于原濶一百二十尺内減十八尺餘一百零二尺即截剩餘積之濶如欲截長則以濶一百二十尺除截積二千二百八十尺得二十四尺為截積之濶于原長一百六十尺内減二十四尺餘一百三十六尺即截剩餘積之長

截積

勾股形截上段積設股三十六尺勾二十七尺今從上段截積五十四尺問應截長濶各幾何



法以股三十六尺為一率勾二十七尺為二率截積五

十四尺倍之即甲丁與丁戊相乘之長方為三率求得四率八十一尺開方得九尺即所截之濶蓋股與勾之比必同于甲丁丁戊相乘之長方與丁戊自乘之正方之比再以勾二十七尺為一率股三十六尺為二率所截之濶九尺為三率求得四率十二尺即所截之長

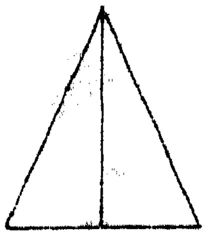
勾股形截下段積設股三十六尺勾二十七尺今從下段截斜方形積四百三十二尺問截長及上濶各若干

法以股三十六尺為一率勾二十七尺為二率截積四百三十二尺倍之得八百六十四尺為三率求得四率六百四十八尺乃以勾二十七尺自乘得七百二十九尺内減所得四率六百四十八尺餘八十一尺開方得九尺為所截之濶再以勾二十七尺為一率股三十六尺為二率濶九尺與勾二十七尺相減餘十八尺（如圖己丙）為三率求得四率二十四尺（如圖戊己與丁乙等）即所截之長

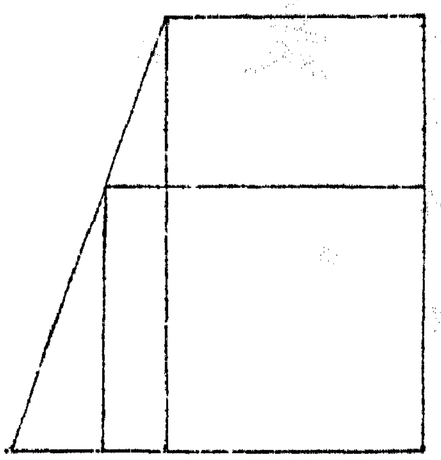
或用勾股形有邊求積法求得勾股積四百八十六尺

内減從下段所截之斜方積四百三十二尺餘五十四尺即為從上段所截之勾股形積依前法比例求之所得之濶即上濶上段之長與股三十六相減即下段所截之長

三角形截積算法與勾股形同底濶如勾中長如股



斜方形截上段積設兩直角斜方形長二十四尺下濶二十尺上濶十二尺今從上股截積一百六十八尺該截長濶各幾何



法以長二十四尺為一率下濶二十尺內減上濶十二

尺餘八尺為二率截積一百六十八尺倍之得三百三十六尺為三率求得四率一百一十二尺再以上濶十二尺自乘得一百四十四尺與所得四率一百一十二尺相加得二百五十六尺開方得十六尺即所截之濶乃以上下兩濶相較減之八尺為一率長二十四尺為二率截濶與上濶相減餘四尺為三率求得四率十二尺即所截之長

斜方形截下段積設斜方形長二十四尺上濶十

二尺下濶二十尺今從下段截積二百一十六尺

求截長濶

法以長二十四尺為一率下濶內減上濶餘八尺為二率截積二百一十六尺倍之得四百三十二尺為三率求得四率一百四十四尺乃以下濶二十尺自乘得四百尺內減所得四率一百四十四尺餘二百五十六尺開方得一十六尺即所截之濶再以上下兩濶較減所餘之八尺為一率長二十四尺為二率下濶二十尺內減

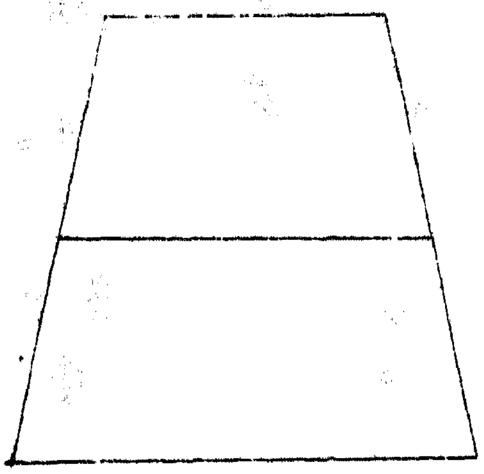
截濶十六尺餘四尺為三率求得四率十二尺即所截

下段之長

梯形

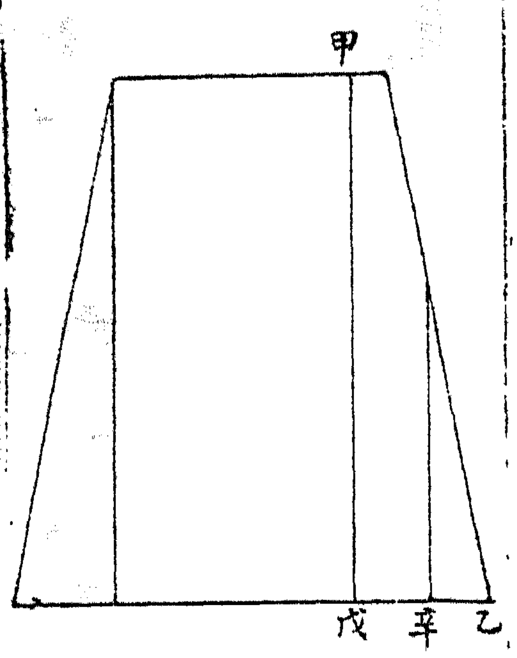
梯形截上段積截下段積

法俱與斜方形同



上下兩濶較比斜方形為二倍截積比斜方形亦為二倍故其比例皆同

梯形自一邊截勾股積設梯形長一百二十尺上闊二十尺下闊八十尺令自一邊截勾股積四百五十尺求截長闊幾何

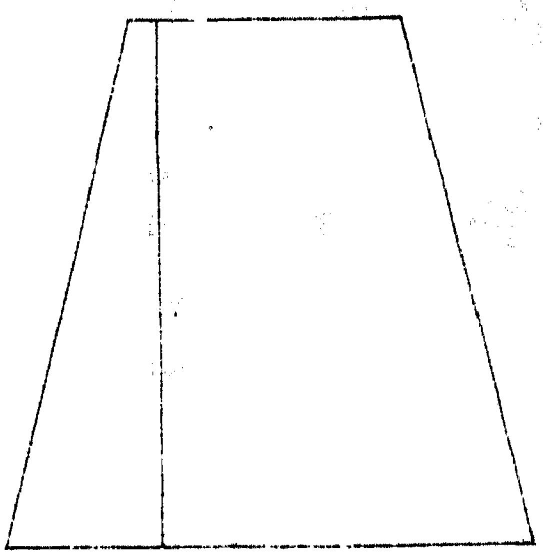


法以長一百二十尺為一率上濶二十尺與下濶八十尺較減餘六十尺折半得三十尺如圖乙戊為二率截積四百五十尺倍之得九百尺為三率求得四率二百二十五尺開方得一十五尺為所截之濶如圖乙辛乃以半較三十尺為一率長一百二十尺為二率截濶十五尺為三率求得四率六十尺即所截之長

梯形自一邊截斜方形積設梯形長一百二十尺上濶四十尺下濶八十尺今自一邊截斜方形積

四千二百尺求所截之上下濶

法以上濶四十尺與下濶八十尺較減餘四十尺折半得二十尺為所截斜方形上濶與下濶之較又以截積



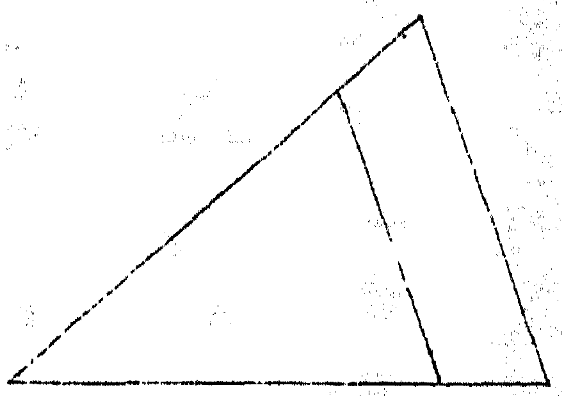
四千二百尺倍之得八千四百尺以長一百二十尺除

之得七十尺為所截斜方形上濶與下濶之和加較二十尺得九十尺折半得四十五尺即下濶減較二十尺得五十尺折半得二十五尺即上濶

分積

三角形平分面積一半仍與原形同式

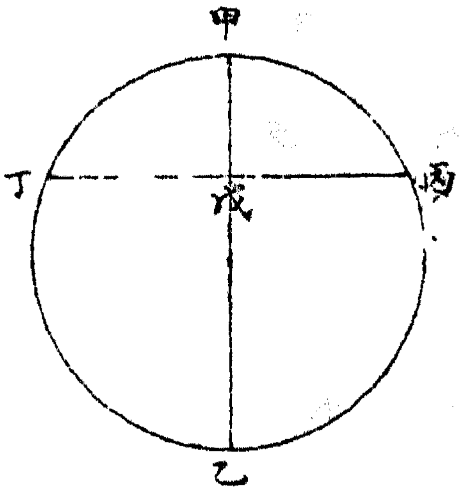
設三角形小腰邊二十丈大腰邊三十四丈底邊四十二丈面積三百三十六丈今分面積一半與原形同式問所截三邊各長若干



法以原面積三百三十六丈為一率原面積折半得一百六十八丈為二率底邊四十二丈自乘得一千七百六十四丈為三率求得四率八百八十二丈開方得二十九丈六尺九寸八分四釐八毫為所截之底邊乃以

原底邊為一率大腰邊為二率所截底邊為三率求得四率二十四丈零四寸一分六釐有餘即所截之大腰邊又以原底邊為一率小腰邊為二率所截底邊為三率求得四率十四丈一尺四寸二分有餘即所截之小腰邊○凡各形截積仍欲與原形同式者算法倣此

圓面截弧矢形有矢求圓設圓形徑一尺二寸矢濶二寸四分求弦長



甲乙為全徑甲戊為矢丙丁為弦甲丙丁為截弧

矢形

法以矢濶二寸四分為首率圓徑一尺二寸內減矢濶二寸四分餘九寸六分為末率首末率相乘得二十三

寸零四分開方得四寸八分為中率即丙戊倍之得九寸六分為弧矢形之弦

圓面截弧矢形有弦求矢設圓形徑一尺七寸弦長一尺五寸求矢濶

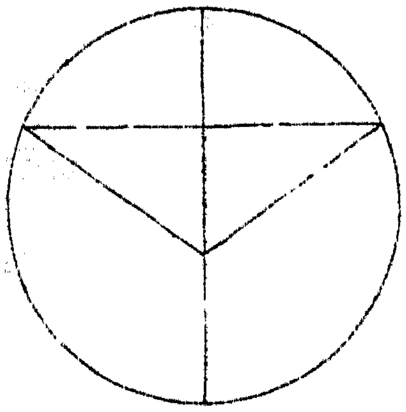
法以弦長一尺五寸折半得七寸五分自乘得五十六寸二十五分為長方積以圓徑一尺七寸為長濶和用帶縱和數開方法算之得濶四寸五分即弦矢形之矢

弧矢形求圓徑設弧矢形弦長一尺一寸矢濶四

寸求圓徑

法以矢濶四寸為首率弦長一尺二寸折半得六寸為中率以中率六寸自乘首率四寸除之得九寸為圓之截徑加矢濶四寸即圓徑

圓面截弧矢形求積



法用勾股八線表比例求截弧之度分隨比例得所截弧背之丈尺乃自截弧至圓心作一弧背三角形以半徑數與弧背之丈尺相乘得數折半為弧背三角形之面積又自圓心至弦作一平三角形用半徑與矢相減餘數為中垂線以中垂線與弦相乘得數折半為平三角形面積兩三角形面積相減即弧矢形面積

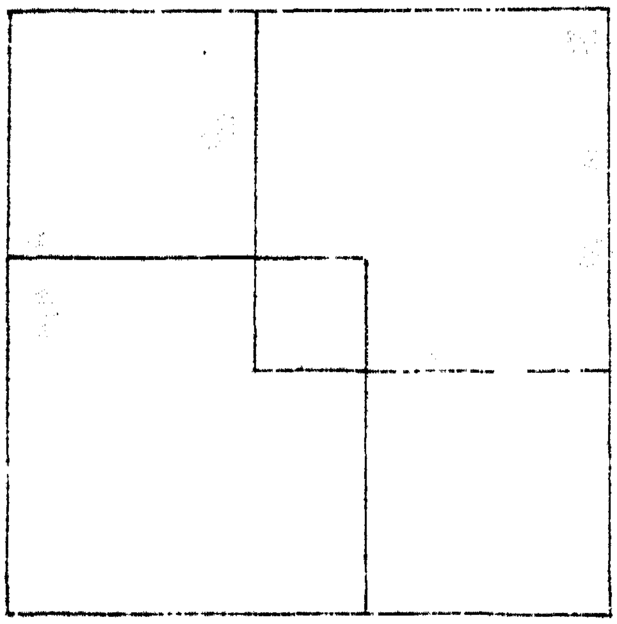
又法以矢與弦相加以半矢乘之得數為弧矢形面積

此法較前法徵跡如無八線表則以此法算之

併積

兩正方形併積有邊較求分積及邊

設大小兩正方積共四百一十尺大方邊比小方邊多六尺問分積及各邊幾何



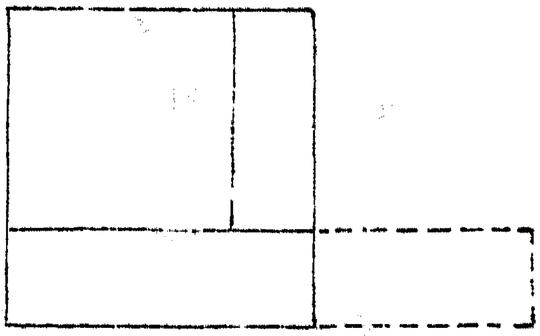
法以共積四百一十尺加倍得八百二十尺又以兩方邊較六尺自乘得三十六尺與八百二十尺相減餘七百八十四尺開方得二十八尺為兩方邊之和加較六尺折半得十七尺為大正方之邊減較六尺折半得十一尺為小正方之邊以方邊各自乘得積數

兩正方形併積有邊總求分積及邊設大小兩正方形積共六百一十七尺兩正方邊共三十五尺求分積及各邊之數幾何

法以共積六百一十七尺倍之得一千二百三十四尺又以兩邊和三十五丈自乘得一千二百二十五尺與倍積相減餘九尺開方得三尺即兩方邊之較兩邊和三十五尺與邊較三尺相加折半得十九尺即大正方之邊減邊較三尺得十六尺即小正方之邊次方邊各自乘得積數

兩正方形相併有邊較積較求各邊設大方邊比小方邊多七尺大方積比小方積多三百四十三

尺求各方邊



法以積較三百四十三尺用邊較七尺除之得四十九尺即兩正方邊之和加較七尺折半得二十八尺為大正方之邊減較七尺餘二十一尺為小正方之邊

兩正方形相併有邊總積較求各邊設大小兩正方邊共三十一尺大正方積比小正方積多一百五十五尺求各邊

法以積較一百五十五尺用兩邊和三十九尺除之得五尺為兩方邊之較與兩邊和三十一尺相加折半得十八尺即大正方之邊減較五尺餘十三尺即小正方之邊

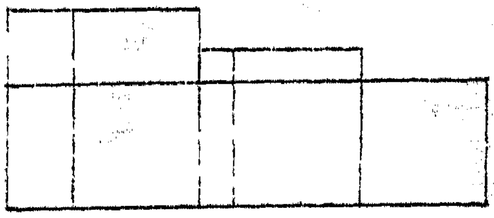
兩正方形併積有積較求各邊設大小兩正方積

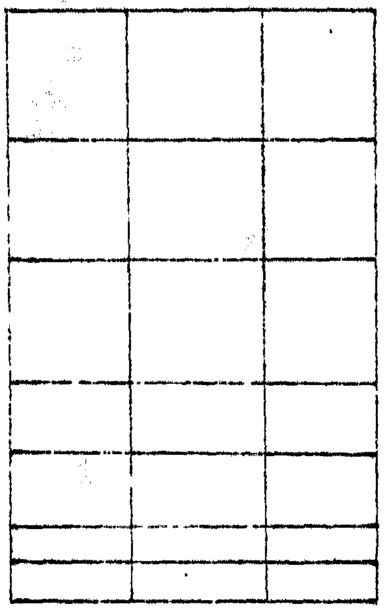
共一百三十尺大正方積比小正方積多二十二尺求各邊

法以積較三十二尺與共積一百三十尺相減餘九十八尺折半得四十九尺即小正方之積開方得七尺即小正方之邊小方積四十九尺與積較三十二尺相加得八十一尺即大正方之積開方得九尺即大正方之邊

三正方形併積有三邊較求各邊設三正方形共積三百八十一尺大方邊比次方邊多六尺次方

邊比小方邊多三尺求各方邊



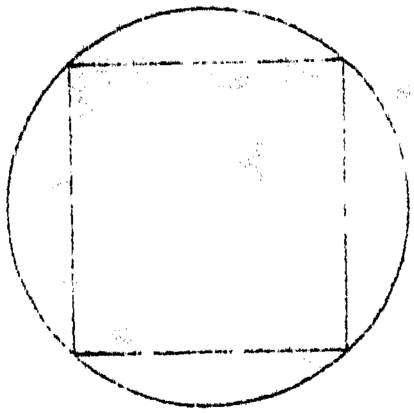


法以大方邊比小方邊所多之較六尺自乘得三十六尺又以次方邊比小方邊所多之較三尺自乘得九尺兩數相併得四十五尺與共積三百八十一尺相減餘三

百三十六尺三因之得一千零八尺為長方積其濶為三小正方邊長為三小正方邊兩大方邊較兩次方邊較又以大方邊較六尺倍之得十二尺次方邊較三尺倍之得六尺兩數相併得十八尺為長濶較用帶縱較數開方法算之得濶二十四尺歸之得八尺即小正方邊加次方邊所多之較三尺得十一尺即次方邊再加大方邊所多之較三尺得十四尺即大正方

容面

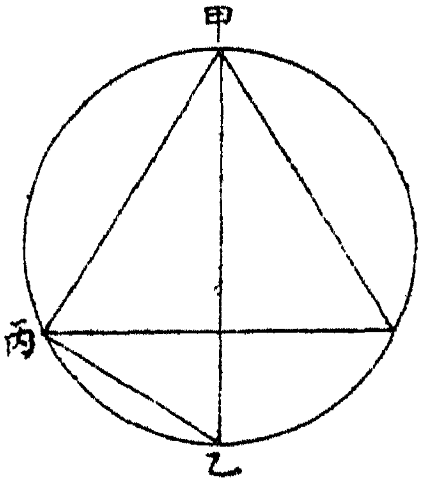
圓面容正方設圓徑十尺問內容正方邊幾何



法以圓徑十尺自乘得一百尺折半得五十尺開平方得七尺零七分一釐有餘即圓面內所容正方邊也

圓面容三角形設圓徑二十尺問內容三角形之

一邊尺寸幾何



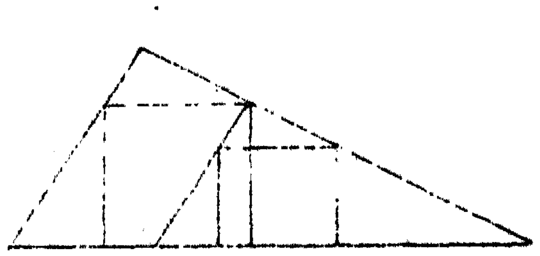
乙丙與半徑等甲乙丙為正勾股形全徑為弦乙丙為勾則甲丙為股

法以圓徑二十尺為弦折半十尺為勾用勾弦求股法

得十七尺三寸二分有餘即圓面內所容三角形之一邊

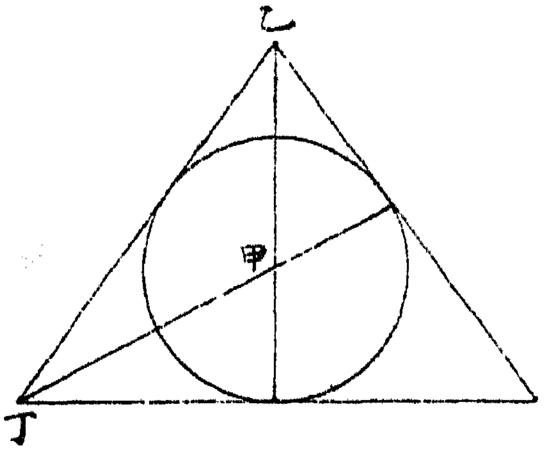
三角形容正方面設三角形大腰三十七尺小腰

十五尺底四十四尺問內容正方邊幾何



法先用三角形求中垂線法求得十二尺為中垂線與

底四十四尺相加得五十六尺為一率中垂線十二尺為二率原底邊四十四尺為三率求得四率九尺四寸二分八釐有餘即三角形內所容正方邊也



三角形容圓面設三角形每邊一尺二寸問內容

圓面徑幾何

乙丙丁勾股形與甲丙丁勾股形同式丙丁勾為乙丁弦之半則甲丙勾亦必為甲丁弦之半甲丁與乙甲等故甲丙圓面半徑得乙丙中垂線三分之一倍之即為全徑

法先用三角形求中垂線法求得一尺零三分九釐有餘為中垂線以三歸之得三寸四分六釐有餘為圓面半徑倍之得六寸九分二釐有餘即所求圓

面徑

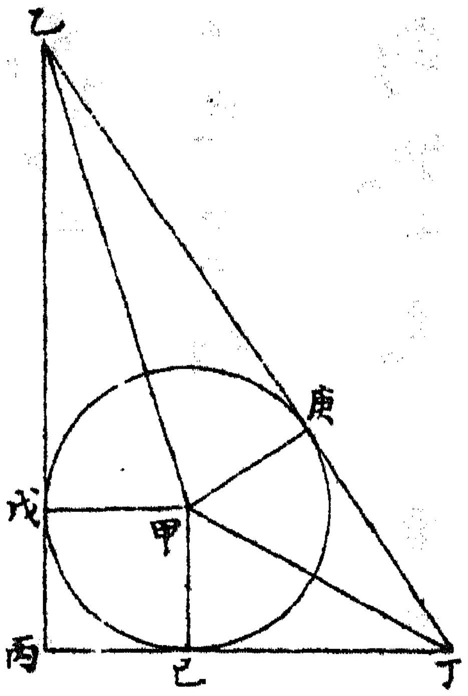
勾股形容正方設勾九尺股十二尺問內容正方

邊幾何

法以勾九尺與股十二尺相加得二十一尺為一率勾九尺為二率股十二尺為三率求得四率五尺一寸四分二釐有餘即勾股形內所容正方面邊也

勾股形容圓面設勾九尺股十二尺問內容圓面

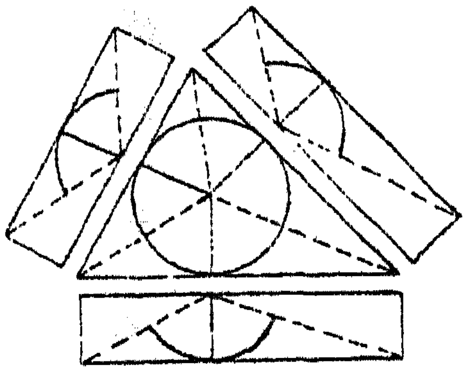
徑幾何



乙庚與乙戊等庚丁與丁巳等于乙丙與丙丁句股和內減乙丁弦所餘為戊丙及丙巳二段各為圓面之半徑相併即為全徑

法以勾股求弦法求得十五尺為弦乃以勾九尺與股十二尺相加得二十一尺内減弦數十五尺餘六尺即所容圓面徑

銳角鈍角三角形容圓面式



長方積式

法先用三角形有邊求積法求得三角形積倍之為長方積併三邊共數除之得數為圓面半徑加倍即為全徑

按分遞折比例　二八差分　三七差分　四六差分　遞折差分　加倍減半差分

設有人一千六百名二分賞銀八分賞米求賞銀賞米人數各幾何

法以二分八分相併得十分為一率人一千六百名為

二率二分為三率求得四率三百二十名即賞銀人數再以八分為三率求得四率一千二百八十名即賞米人數

設有米五百八十八石令甲乙丙三人二八分之求各得米數若干

法以二分為甲衰八分為乙衰二歸八因得三十二為丙衰三數相併得四十二分為一率米數五百八十八石為二率若以甲衰二分為三率則求得四率二十八

石即甲應分米數若以乙衰八分為三率則求得四率百一十二石即乙應分米數或以丙衰三十二分為三率則求得四率四百四十八石為丙應分之米數

設有粮二千六百五十五石九斗令甲乙丙丁戊五等人戶照二八遞減納之甲戶三十乙戶四十丙戶五十丁戶六十戊戶七十問各戶該納若干

法以遞減最少之戊戶為二衰丁戶為八衰挨次二歸八因則丙戶為三十二衰乙戶為一百二十八衰甲戶

為五百一十二衰再以甲户三十與甲衰五百一十二相乘得一萬五千三百六十為甲户共衰數　以乙户四十與乙衰一百二十八相乘得五千一百二十為乙户共衰數　以丙户五十與丙衰三十二相乘得一千六百為丙户共衰數　以丁户六十與丁衰八相乘得四百八十為丁户共衰數　以戊户七十與戊衰二相乘得一百四十為戊户共衰數　乃以五等衰數相併得總衰二萬二千七百為一率糧數二千六百五十五

石九斗為二率以甲衰五百一十二為三率求得四率五十九石九斗零四合為一甲戸應納糧數以四戸三十乘之得一千七百九十七石一斗二升為甲戸共納糧數　以乙衰一百二十八為三率求得四率十四石九斗七升六合為一乙戸應納糧數以乙戸四十乘之得五百九十九石零四升為乙戸共納糧數　以丙衰三十二為三率求得四率為一丙戸應納糧數以丙戸五十乘之得數為丙戸共納糧數　丁戊二等算法倣此

以上係二八差分之式

設有銀五千兩令二縣分支東縣支七分西縣支三分問各支若干

法以三分七分相併得十分為一率銀五千兩為二率若以東縣七分為三率求得四率三千五百兩即東縣應支之數以西縣三分為三率求得四率一千五百兩即西縣應支之數

設以車載物行十里限二十刻今已行七里該幾

刻方到

法以十里為一率二十刻為二率十里減去已行七里餘三里為三率求得四率為六數即再行六刻方到

設有熟絲四百九十七兩七錢按絹綾緞遞次三七分織問各該若干

法將三數三因之得九分為絹衰三歸七因得二十一分為綾衰七數七因之得四十九分為緞衰三數相併

得總衰七十九分為一率總絲四百九十七兩七錢為二率若以緞衰四十九分為三率則求得四率三百零八兩七錢為織緞餘數以綾衰二十一分為三率則求得四率一百三十二兩三錢為織綾線數以絹衰九分為三率則求得四率五十七兩六錢為織絹線數

設有田一百三十八畝每畝徵米二斗今欲七分徵米三分折絲每米一石折絲一斤問各該若干

法以三分七分相併得十分為一率以米二斗乘田一

百三十八畝得總米二十七石六斗為二率七分為三率求得四率十九石三斗二升即徵米之數再以總米二十七石六斗減去徵米十九石三斗二升餘八石二斗八升為折絲之數以米一石為一率絲一斤通為十六兩為二率折絲米八石二斗八升為三率求得四率一百三十二兩四錢八分以斤法收之得八斤四兩四錢八分即米三分折絲之數

以上係三七差分法

設有水田三百畆令上下二戶四六分灌問各灌若干畆

法以四分六分相併得十分為一率田三百畆為二率以六分為三率求得四率一百八十畆即上戶應灌之田以四分為三率求得四率一百二十畆即下戶應灌之田

設有糧一千二百六十六石令甲乙丙丁戊五舟按四六遞次應載問各載若干

法以四分為戊衰六分為丁衰挨次六因四歸得九分為丙衰十三分半為乙衰二十分二五為甲衰五數相併得總衰五十二分七五為一率糧一千二百六十六石為二率以甲衰二十分二五為三率求得四率四百八十六石即甲册應運糧數以乙衰十三分半為三率則求得四率三百二十四石以丙衰九分為三率則求得四率二百一十六石以丁衰六分為三率則求得四率一百四十四石以戊衰四分為三率則求得四率九

十六石為各舟應運糧之數

設有熟稻七百九十九畝六分八釐令甲乙丙三人挨次以十分之六收穫問各分收若干

法以一百為甲衰六十為乙衰三十六為丙衰三數相併得總衰一百九十六為一率稻七百九十九畝六分八釐為二率甲衰一百為三率求得四率四百零八畝又以乙衰六十為三率求得四率二百四十四畝八分以丙衰三十六為三率求得四率一百四十六畝八分

八甕即三人應收之米數

以上係四六差分法

設有銀一千二百六十六兩五錢令四商以十分之七遞次販貨出賣問每人該銀若干

法以一千為第一人分數七百為第二人分數四百九十為第三人分數三百四十三為第四人分數合併得二千五百三十三分為一率銀一千二百六十六兩五錢為二率以四商分數各為二率求得各四率第一人

五百兩第二人三百五十兩第三人二百四十五兩第
四人一百七十一兩五錢為各販貨之數
設有生銅入爐三次每次鎔去渣十分之二今得
淨熟銅三百四十八兩問原銅幾何
法以八分自乘再乘得五百十二分為一率十分自乘
再乘得一千分為二率熟銅三百四十八兩為三率求
得四率四百八十四兩三錢七分五釐即原銅之數
設有絹四百七十丈一尺八寸四分令三等人戶

挨次照十分之六出之上戶二十五中戶三十下

戶四十八問每戶出若干

法以一百為上等分數以二十五戶乘之得二千五百

分以六十為中等分數以三十五戶乘之得一千八百

分以三十六為下等分數以四十八戶乘之得一千七

百二十八分三數相併得總衰六千零二十八分為一

率絹四百七十丈一尺八寸四分為二率以三等各衰

為三率求得各四率上戶七丈八尺中戶四丈六尺八

寸下戶二丈八尺零八分即三等人應出之數

設一人織絹日加一倍四日而成六丈七尺五寸

問日織絹若干

法以一為初日分數二為次日分數四為三日分數八為四日分數合併得十五分為一率絹六丈七尺五寸為二率以一二四分各為三率求得四率四尺五寸為初日所織倍之得九尺為次日所織又倍之得一丈八尺為次三日所織又倍之得三丈六尺為第四日所織

合之共六丈七尺五寸也

設一人借銀為商三次每次得利比本銀加一倍每次還銀二百兩三次本利還盡亦無餘銀問原本若干

法以一為本銀分數二為本利共分四為二次本利共分八為三次本利共分即以八分為一率原本銀一分為二率又以一為第三次還銀分二為第二次還銀分四為第一次還銀分合併得七分與二百兩相乘得一

千四百兩為三率求得四率一百七十五兩為原本銀數

設有田一千二百畆令甲乙丙丁四人挨次遞減一半分種問各種若干畆

法以八為甲分四為乙分二為丙分一為丁分合併得十五分為一率田一千二百畆為二率以甲八分為三率求得四率六百四十畆即甲所種田數折半則乙得三百二十畆又減半則丙得一百六十畆又減半則丁

得八十畝也

設有銀三千一百六十兩令三等人遞次減半分用一等二十名二等二十四名三等三十名問每等人得銀幾何

法以四為一等分數以二十乘之得八十分二為二等分數以二十四乘之得四十八分一為三等分數以三十乘之得三十分合併得一百五十八分為一率銀三千一百六十兩為二率以各等人數各為三率求得四率

一等銀八十兩二等四十兩三等二十兩即各等每一
人應得銀數

以上皆各等差分之例

按數加減比例　遞加遞減差分　超位加減差分

互和折半差分　首尾互準差分

設有金六十兩令甲乙丙三人依次遞加五兩分

之問各得若干

法以三人為一率六十兩為二率一人為三率求得四

率二十兩為乙應得金數加五兩則為甲之數減五兩
則為丙之數

設有銀九百九十六兩分給八人自末名以上遞
加十七兩問首末二人各得若干

法以八人為一率九百九十六兩為二率一人為三率
求得四率一百二十四兩五錢再以十七兩折半得八
兩五錢加之得一百三十三兩為第四人應得銀數再
加十七兩得一百五十兩為第三人再加十七兩得一

百六十七兩為第二人再加十七兩得一百八十四兩為首二人應得銀數又將原數以八兩五錢減之得一百一十六兩為第五人應得銀數再以十七兩遞減三次餘六十五兩即末一人應得銀數

設有一百人首名賞銀一百兩以下遞減五錢問該銀若干

法以一分為一率遞減五錢為二率九十九分為三率求得四率四十九兩五錢即第一名多于百名之數于

一百兩內減之得五十兩零五錢即第一名應賞之數又與第一名賞銀各得一百五十兩零五錢以百名乘之得一萬五千零五十兩折半得七千五百二十五兩即賞銀總數

設一人行路日增六里共行三百二十里但知初末兩日所行共一百六十里問該行幾日初末兩日各該若干里

法以初末二日共行之一百六十里折半得八十里乃

共日之中數為一率一日為二率共行三百二十里為三率求得四率四日即所行日數又以日增六里折半得三里加于中數八十里得八十三里為第三日所行里數再加六里得八十九里為第四日所行里數第二日則減中數之三為七十七里初日更減六里為七十一里

設有人十三日共織布一十三丈五尺三寸因日漸長每日加工六寸問初末兩日各織布若干

法以十三日為一率布一千三百五十三寸為二率一日為三率求得四率一百零四寸為第七日所織之數亦即初末兩日互相折半之中數乃以第七日上計初日下計末日俱得六分與遞加六寸相乘得三十六寸于一百零四寸內減之餘六十八寸初日所織之數加之得一百四十寸為末日所織之數

設有田七百二十畆令甲乙丙三人依次遞減分耕問各該若干畆

法以三分為甲衰二分為乙衰一分為丙衰合併得六分為一率田七百二十畝為二率一分為三率求得四率一百二十畝為丙所耕之田二因之乙得二百四十畝三因之甲得三百六十畝凡命法中不足所減分數者以此為例

設有糧一千一百三十四石令五等戶遞減納之一等二十四戶二等三十三戶三等四十四等五十一五等六十問每戶納若干

法以五四三二一為五等衰分以五衰乘二十四戶得一百二十分以四衰乘三十三戶得一百三十二分以三衰乘四十二戶得一百二十六分以二衰乘五十二戶得一百零二分以一衰乘六十戶得六十戶五數合併得總衰五百四十分為一率糧一千一百三十四石為二率一分為三率求得四率二石一斗為第五率一戶應納糧數二分因之得四石二斗應第四等三分因之得六石三斗屬第三等四分因之得八石四斗屬第

二等五分因之得十石五斗屬第一等皆就一戶算之

以上遞加遞減例

設有米二十四石分與甲四分乙五分丙七分丁九分問各得若干

法以四五七九合併得二十五分為一率米二十四石為二率以甲乙丙丁各分數各為三率求得四率甲三石八斗四升乙四石八斗丙六石二斗二升丁八石六斗四升即各得分數

設有銀五千兩買得馬四匹園一區宅一所其園價多馬三倍宅價又多園四倍問各價若干

法以一分為馬衰加三倍得四分為園衰又將四分加四倍得二十分為宅衰合併得二十五分為一率價五千兩為二率以馬衰為三率求得四率二百兩為馬價加三倍得八百兩為園價園價加四倍得四千兩為宅價

設有銀七十兩買駱駝馬驢各一匹但知馬比駝價為九分之四驢比駝價為九分之一問各價若干

法以一分為驢衰四分為馬衰九分為駝衰合併得十四分為一率銀七十兩為二率駝馬驢各衰數各為三率求得各四率驢為五兩馬為二十兩駝為四十五兩即各畜之價

設一人為商三次初收獲利比原銀多二倍二次獲利比初次本利又多四倍三次獲利比二次本利又多三倍共計利與原銀得九百兩問原本銀若干

法以一分為初次本衰加二倍得三分為初次本利共衰又于三分加四倍得十五分為二次本利共衰又于十五分加三倍得六十分為三次本利共衰即以六十分為一率三次本利共九百兩為二率一分為三率求得四率十五即原本銀數

設有米五百三十五石賞三等人一等二十名二等五十名三等一百一十名一等比二等每名加七斗二等比三等每名加五斗問各等每人得米

若干

法以五斗米數與二等五十名人數相乘得米二十五石一等多二等七斗是多三等一石二斗與一等二十名人數相乘得米二十四石合併得四十九石于總米五百三十五石內減去此數餘得四百八十六石乃以三等人數相併得一百八十人為一率四百八十六石為二率一人為三率求得四率二石七斗即三等一人應得米數加五斗為三石二斗是二等人所得再加七

斗為三石九斗是一等人所得

以上係趍位加減

設有米一百八十石令甲乙丙三人互相折半分之但知甲多于丙三十六石問各該米若干

法以三人為一率米一百八十石為二率一人為三率求得四率六十石即乙應得米數再以甲多于丙之三十六石折半為十八石加于乙數為七十八石屬甲減于乙數為四十二石屬丙

設有銀二百四十兩趙錢孫李四人互相折半分之但知趙多于李十八兩問各該銀若干

法以四人為一率銀二百四十兩為二率一人為三率求得四率六十兩為錢孫二人相和折半之數再以趙多于李之十八兩三歸四人用三歸若三人則用二歸五人則用四歸也得六兩即四人遞加之數較折半得三兩加于六十兩即錢銀數再加六兩為六十九兩即趙銀較于六十兩減三兩為五十七兩屬孫再減六兩為五十一兩屬李

以上互相折半

設甲乙丙丁四人挨次分銀但知甲得六十九兩丁得五十一兩問乙丙兩人銀數

法以三分為甲多于丁之衰數四人故用三分若五人則用四分六人則用五分也為一率于六十九兩中減去五十一兩餘十八兩為二率一分為三率求得四率六兩為四人遞加之較于丁之五十一兩内加六兩得五十七兩為丙再加六兩得六十三兩屬乙如三色者則以首尾兩數相和折半

即得中數

設七人運糧不言總數但知第一人第二人共運二十三石七斗第五第六第七共運二十六石一斗其遞加之數俱相等問每人運糧若干

法以二十三石七斗折半得十一石八斗五升為第一人第二人相和折半之數于二十六石一斗以三歸之得八石七斗即第六人應運糧數乃以第一分第二分之中數一分半與第六分相減餘四分半為一率第一

二人共運折半之中數十一石八斗五升與第六人之八石七斗相減餘三石一斗五升為二率一分為三率求得四率七斗即每人遞加之數由第一人而上遞加七斗則第五得九石四斗第四得十石一斗第三得十石八斗第二得十一石五斗第一得十二石二斗

設八人分米但知第一二兩人共得十一石九斗第七八兩人共得八石三斗其遞加之數俱相等問每人應得米數若干

法以十一石九斗折半得五石九斗五升為第一二兩人相和折半之數再以八石三斗折半得四石一斗五升為第七八兩人相和折半之數乃以第一分第二分之中數一分半與第七分第八分之中數七分半相減餘六分為一率第一第二相和折半之五石九斗九升與第七第八相和折半之四石一斗五升相減餘一石八斗為二率一分為三率求得四率三斗即每人遞加之較折半為一斗五升加于五石九斗五升得六

石一斗為第一人應得米數以次遞減三斗即以下諸
人之數

設有竹九節截為九筒遞次長短不均但知根底
三節共盛米三升九合梢上四節共盛米三升問
九筒各盛米數

法以三升九合三歸之得一升三合即第二節盛米之
數又以三升四歸之得七合五勺即第七八兩節相和
折半之數乃以第二分與第七第八折半之中數七分

半相減餘二分半為一率以一升三合與七合五勺相
減餘五合五勺為二率一分為三率求得四率一合即
每節遞加之較自第一節所盛一升三合而加一合即
第一節所盛米數遞減一合即以下諸節之數也
設有米二百四十石令甲乙丙丁戊五人遞減納
之定甲乙納數與丙丁戊納數相等問各納幾何
法以四分為甲多于戊之衰自甲至戊隔四位故以四分為衰數也三分
為乙多于戊之衰合併得七分以二分為丙多于戊之

衰一分為丁多于戊之衰合併得三分乃以七分與三分相減餘四分為前二人多于後三人之較又以前二人與後三人相減餘一人為後三人多于前二人之較夫前多四分後多一人而其數相等則四分為一人之數乃以一人為一率四分為二率戊一人為三率求得四率仍為四分即以四分為戊衰每人各加所多衰數則丁為五分丙為六分丙丁戊共得十五分乙為七分甲為八分亦共得十五分是前後分數亦同矣乃以兩

總分數合之得三十分為一率米二百四十石為二率
每人衰數各為三率求得四率甲六十四石乙五十六
石共一百二十石丙四十八石丁四十石戊三十二石
亦共一百二十石

設有糧一千零九十二石令七次遞減運送定前
二次與後五次運數相等問每次運數若干

法以十八分為第一次比第七次所多衰數第一至第七隔六位
應以六為所多衰數則每位遞加一分但前後較歸除
不盡不可分法故將六分用三因之為十八分則每一

次遞加三分而各衰五四三二一俱用三因其比例仍同十五分為第二次比第七次所多衰數合併得三十三分十二分為第三次比第七次所多衰數九分為第四次比第七次所多衰數六分為第五次比第七次所多衰數三分為第六次比第七次所多衰數合併得三十分乃以三十分同三十三分相減餘三分為前兩次多于後五次之較又以後五次同前二次相減餘三次為後五次多于前兩次之較夫前多三分後多五次而其數則相等則三分即為三

次之數乃以三次為一率三分為二率一次為三率求得四率一分即第七次之分數每次遞加三分則第六次四分第五次七分第四次十分第三次十三分合併得三十五分第二次十六分第一次十九分合併亦三十五分然後并兩總數得七十分為一率糧一千零九十二石為二率一分為三率求得四率十五石六斗即第七次一分之運數再以每次各分較乘之則第一次得二百九十六石四斗第二次得二百四十九石六斗

合之為五百四十六石是前兩次運數第三次得二百零二石八斗第四次得一百五十六石第五次得一百零九石二斗第六次得六十二石四斗與第七次十五石六斗合之亦為五百四十六石是後五次運數

以上首尾互準

邊求積

設三廣田南濶六十步北濶八十步中濶四十步長一百二十步中濶距南北邊相等問積幾何

法宜截作兩梯形田算之以南濶六十步與中濶四十步合併折半得五十步與半長六十步相乘得三十步為南半截梯形積又以北濶八十步與中濶四十步合併折半得六十步與半長六十步相乘得三千六百步為北半截梯形積兩形相合六千六百步以畝法除之得二十七畝五分即三廣積法

積求邊

設三廣田積二十七畝五分南濶六十步北濶八

十步中濶四十步中濶距南北邊相等問長幾何

法以二十七畝五分用畝法化步得步數四因之置南北濶并中濶數倍之三數相并為法除之得一百二十步即三廣田之長

如此兩距不必相等必有距南北各數或邊求積或積求邊皆截兩梯形算之

莊氏算學卷三

[collector's seals]

總校官進士 臣朱鈐
校對官五官靈臺郎 臣陳際新
謄錄監生 臣秦鼎雲
繪圖天文生 臣林皋